绝密 ★ 考试结束前

全国2016年4月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明： 在本卷中，A^{T} 表示矩阵 A 的转置矩阵，A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，$|A|$ 表示方阵 A 的行列式，$\mathrm{r}(A)$ 表示矩阵 A 的秩.

选择题部分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 多项式 $f(x)=\begin{vmatrix} x & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ 的常数项是

A. -14　　B. -7　　C. 7　　D. 14

2. 设 A 为 n 阶矩阵，如果 $A=\dfrac{1}{2}E$，则 $|A|=$

A. $\dfrac{1}{2^n}$　　B. $\dfrac{1}{2^{n-1}}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 2

3. 设 A 为3阶矩阵，且 $|A|=a\neq 0$，将 A 按列分块为 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，若矩阵 $B=(\alpha_1+\alpha_2,2\alpha_2,\alpha_3)$，则 $|B|=$

A. 0　　B. a　　C. $2a$　　D. $3a$

4．若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$可由向量组$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$线性表出，则必有

A．$s\le t$

B．$s>t$

C．秩$(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s)\le$秩$(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t)$

D．秩$(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s)>$秩$(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t)$

5．与矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$合同的矩阵是

A．$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

B．$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$

C．$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$

D．$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

6．行列式$\begin{vmatrix}0&-c&-b\\c&0&-a\\b&a&0\end{vmatrix}=$____________.

7．若行列式$\begin{vmatrix}a_{11}&2a_{12}-3a_{11}&a_{13}\\a_{21}&2a_{22}-3a_{21}&a_{23}\\a_{31}&2a_{32}-3a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}=-2$，则$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=$____________.

8．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{AB}^{\mathrm{T}}=$__________.

9．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&-1\\-1&1\end{pmatrix}$，则$(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})^{-1}=$__________.

10．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&2\\3&0\end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{A}^*=$__________.

11．若向量$\boldsymbol{\beta}=(-1,1,k)$可由向量$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,-1),\boldsymbol{\alpha}_2=(1,-2,-1)$线性表示，则数$k=$______.

12．齐次线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\ \qquad\quad x_3-x_4=0\end{cases}$的基础解系中解向量的个数为_______.

13. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_i$ 为 3 维非零列向量，且满足 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_i = i\boldsymbol{\alpha}_i\ (i=1,2,3)$，则 $\mathrm{r}(\boldsymbol{A}) =$ ______.

14. 设 $\lambda_0 = -2$ 是 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征值，则 $\boldsymbol{A}^2 + \boldsymbol{E}$ 的一个特征值是______.

15. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 - 2x_1x_3 + x_2x_3$ 的矩阵为____________.

三、计算题（本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分）

16. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} a_2 & 0 & 0 & c_2 \\ 0 & a_1 & c_1 & 0 \\ 0 & d_1 & b_1 & 0 \\ d_2 & 0 & 0 & b_2 \end{vmatrix}$.

17. 设矩阵 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ 满足关系式 $\boldsymbol{AC} = \boldsymbol{CB}$，其中 $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{A}^3$.

18. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第 1 列与第 2 列互换得到矩阵 $\boldsymbol{B}$，再将 $\boldsymbol{B}$ 的第 2 列加到第 3 列得到单位矩阵 $\boldsymbol{E}$，求矩阵 $\boldsymbol{A}$.

19. 求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1 = (1,1,2,4)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2 = (0,1,1,2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3 = (2,1,3,6)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4 = (1,2,3,6)^{\mathrm{T}}$ 的一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20. 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$ 的通解.

（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）

21. 设 2 阶实对称矩阵 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$，求正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$，使得 $\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{AQ}$ 为对角矩阵.

22. 若向量 $\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ 为矩阵 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 的一个特征向量，求数 k 的值.

四、证明题（本题 7 分）

23. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶可逆矩阵，证明 $(2\boldsymbol{A})^* = 4\boldsymbol{A}^*$.